2.3. Мере.

Дефиниција 3.8. *За низ скупова $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ горњи и доњи лимес дефинишу се на следећи начин:*

$$\liminf_{n\to\infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{k=n}^{\infty} A_k; \qquad \limsup_{n\to\infty} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty}\bigcup_{k=n}^{\infty} A_k.$$

Ако су ови скупови међусобно једнаки, онда кажемо да $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ *конвергира, а њихову заједничку вредност називамо* **граничном вредношћу** *или* **лимесом низа скупова** *и означавамо са* $\lim_{n\to\infty} A_n (= \liminf_{n\to\infty} A_n = \limsup_{n\to\infty} A_n)$.

Ако је $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ низ скупова такав да је $A_n \subset A_{n+1}$ за свако $n \in \mathbb{N}$, тада је $\lim_{n\to\infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$, па онда то записујемо са $A_n \uparrow A$, при чему је управо $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ (види Вежбања 3.3. задатак 4.). Слично, ако је $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ низ скупова такав да је $A_{n+1} \subset A_n$ за свако $n \in \mathbb{N}$ и ако је сад $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$, онда то означавамо са $A_n \downarrow A$, будући да је овде $\lim_{n\to\infty} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$.

Дефиниција 3.9. *Нека је $\mathcal{A}$ алгебра скупова на скупу X. Функција $\mu : \mathcal{A} \to [0, +\infty]$ је* **мера на алгебри** *$\mathcal{A}$ ако има следећа својства:*

1° *$\mu(\emptyset) = 0$,*